Matematika

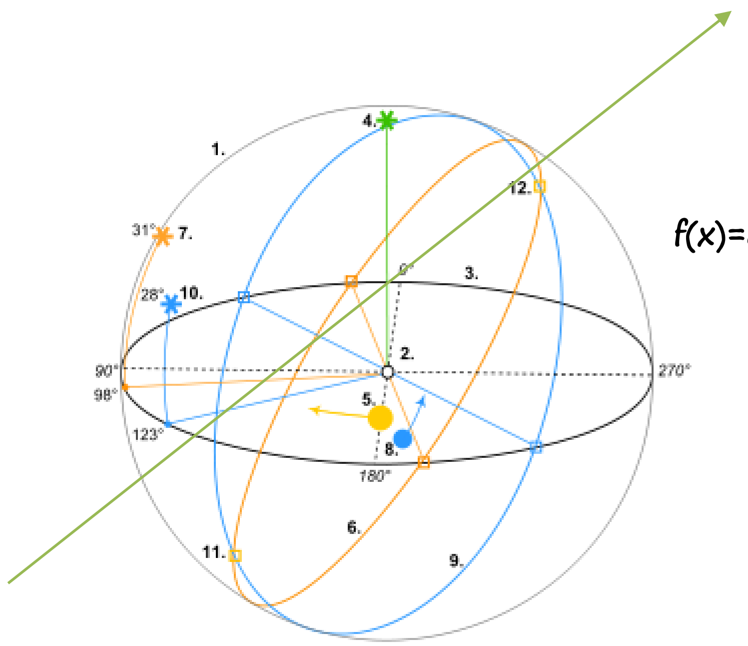
Podaci o času
Srednja stručna škola - "Mirko Vešović " Podgorica Razred : prvi
Matematika
Primjena linearne funkcije u ekonomiji
Utvrditi i objediniti stečeno znanje o linearnim funkcijama ; riješiti ekonomske probleme algebarskim putem.
Struktura časa
Utvrđivanje
Frontalni I individualni Monološka ,dijaloška ,metoda pisanih radova
Nastavni materijali izrađeni pomoću dodatka u MS Wordu (u prilogu),

U ovom dijelu se obnavvlja linearna funkcija ***Aktivnost nastavnika : Pomoću projektora nastavnik prikazuje dvije linearne funkcije f(x)=ax+b koje se sijeku.. Ukoliko učenici nijesu ranije crtali grafove pomoću MS Word sa dodatkom , nastavnik im daje uputstva i pokazuje na datom primjeru.*** ***Aktivnost učenika :Učenici povezuju predhodno stečeno znanje –značenje koeficijenata a i b , nulu , znak linearne funkcije kao i rgrafičko rješenje sistema linearnih jednačina. .***
U ovom dijelu se funkcija troškova, funkcija prihoda, funkcija dobiti, funkcija ponude, funkcija tražnje predstavljaju kao specifične linearne funkcije. ***Aktivnost nastavnika : Nastavnik dijeli učenike u parove. Svaki par koristi jedan računar. Dijeli učenicima material- nastavne listiće sa osnovnim objašnjenjima vezane za ekonomske funkcije i zadacima . Predlaže vrijeme za individualan rad 20 min.*** ***Aktivnost učenika : Učenici pažljivo čitaju tekst ,suočavajući se sa zadacima, vode dijalog sa ciljem da razumiju krajnji cilj.***

U ovom dijelu se rješavaju ekonomski problemi primjenom linearne funkcije .   ***Aktivnost nastavnika :Nastavnik obilazi ,usmjerava i pomaže učenicima kojima je to potrebno sa kratkim pitanjima i odgovorima ; pozivajući se na znanje stečeno na predhodnim časovima***   ***Aktivnost učenika :Učenici traže dodatna objašnjenja ukoliko imaju potrebe***
U ovom dijelu se potvrđuju i provjeravaju rješenja zadataka .   ***Aktivnost nastavnika: Prikazuje na projektoru unaprijed pripremljen Word document sa rješenjima , komentariše rješenja i vodi dijalog***   ***Aktivnost učenika : Učenici izvode zaključke i provjeravaju tačnost svojih tvrdnji***
U ovom dijelu se utvrđuje objedinjuje naučeno gradivo .   ***Aktivnost nastavnika :Pomoću   projektora   prikazuje novi zadatak koji povezuje predhodne zadatke navodeći učenike na razmišljanje i kritičko mišljenje.***   ***Aktivnost učenika : Neki učenici postavljaju pitanja , drugi odgovoraju ,a neki rješavaju zadatak u cjelini . .***
U ovom dijelu se inicira produbljivanje stečenog znanja .   ***Aktivnost nastavnika :Zadaje zadatak za domaći rad ;Samostalno osmisliti bar jednu od ekonomskih funkcija sa primjenom iz svakodnevnog života .***   ***Aktivnost učenika : Učenici pažljivo slušaju uputstvo za rješavanja zadatka***

Linearna funkcija $f(x) = ax+b$ sa primjenom u ekonomiji

Ekonomske funkcije (funkcija troškova, funkcija prihoda, funkcija dobiti, funkcija ponude, funkcija tražnje...) se ponekad mogu predstaviti u obliku linearne funkcije $f(x)=ax+b$



$f(x)=ax+b$

Rješavanje tih zadataka ukazuje na značaj i primjena matematike u ekonomiji i poduzetništvu a samim tim i u mnogim životnim situacijama .

(I) **Funkcija troškova** proizvodnje je funkcija oblika $T(x) = ax+b$, pri čemu je $T(x)$ ukupan trošak proizvodnje, x je broj proizvoda, b je fiksni trošak (ne zavisi od proizvodnje (npr. plate radnika, zakup prostora...) , i a je varijabilni trošak (koji zavisi od proizvodnje).

Zadatak 1 :Troškovi hotelskog smještaja za grupu turista su 2000 € fiksno i još 20 € po osobi za večeru.

a) Odredi funkciju troškova pa izračunaj koliko će koštati smještaj za 50 osoba.

b) Koliko turista može biti smješteno ukoliko turistička agencija planira potrošiti najviše

4500 € ?

Rješenje:

a) $T(x) = 20x+2000$, $T(50) = 3000$ Iznajmljivanje smještaja će koštati 3000 €.

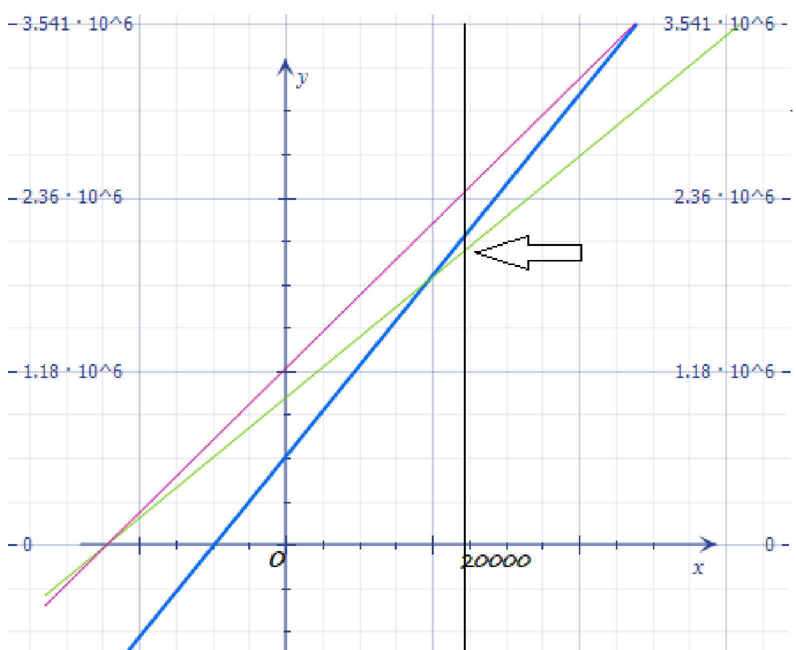
b) $4500 = 20x+2000$, $x=125$ Smješteno može biti najviše 125 turista .

Zadatak 2.

Aleksa , Balša i Vuk žele i pokrenuti proizvodnju biljnih preparata . Svaki od njih ima svoju ideju koji bi proizvod željeli proizvoditi i svaki je izračunao svoju funkciju troškova. Dogovor je da će proizvoditi onaj proizvod čija se proizvodnja najviše isplati za količinu veću od 20 000. Ako su funkcije troškova:

$A(x) = 75x + 600\,000$; $B(x) = 50x + 1\,000\,000$; $V(x) = 60x + 1\,200\,000$, iz njihovog grafičkog prikaza zaključite čija ideja je najisplativija.

Rješenje :



Iz grafika možemo zaključiti : Za proizvodnju više od 20 000 proizvoda najisplativija je Balšina ideja jer su tada troškovi najmanji.

(II) **Funkcija prihoda** je funkcija oblika $P(x) = ax$, gdje je a prihod (cijena) po jedinici proizvoda. Dobit je razlika prihoda i troškova, pa za **funkciju dobiti** vrijedi :

$D(x) = P(x) - T(x)$.

Zadatak 3 : Radionica „Njeguši " prodaje suvenire po cijeni 15 €. Troškovi su opisani funkcijom

$T(x) = 5x+500$

a) Kako glase jednačine funkcija prihoda i dobiti?

b) Koliko najmanje suvenira treba prodati da bi se radionici isplatilo poslovanje?

Rješenje :

a) $P(x) = 15x$, $D(x) = 15x-(5x+500) = 10x - 500$

b) Proizvodnja se isplati za $D(x) > 0$, tj. $10x - 500 > 0$, $x>50$ Treba proizvesti najmanje 51 suvenir .

(III) **Funkcija tražnje** opisuje kako potražnja neke robe zavisi od cijene. U nekim slučajevima to je upravo linearna funkcija $f(x) = ax+b$, gdje je x cijena robe, a $y= f(x)$ količina robe koju tržište potražuje po toj cijeni. Koeficijent a pokazuje za koliko se smanjuje potražnja ukoliko se cijena poveća za 1, a koeficijent b pokazuje kolika je potreba tržišta za tom robom (kad bi ona bila besplatna).

Zadatak 4 : U vinariji " Bard " menadžment je uočio da se zavisnost broja prodanih gajbi grožđa u jednom danu i cijene grožđa po gajbi može prikazati sljedećom tablicom:

Količina	Cijena
50	400 €
90	200 €

a) Odredi linearnu funkciju koja opisuje zavisnost potražnje grožđa o cijeni.

b) Koliko gajbi grožđa će dnevno prodati ako je cijena 500 €?

Rješenje :

$f(x) = ax+b$

$$\begin{cases} 400a + b = 50 \\ 200a + b = 90 / \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 400a + b = 50 \\ -200a - b = -90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 400a + b = 50 \\ 200a = -40 \end{cases}$$

$$a = -0,2 \qquad b = 130$$

a) $f(x) = -0,2\,x + 130$ Funkcija je opadajuća , što je veća cijena to je manja potražnja !

b) $f(500) = -0,2 \cdot 500 + 130 = 30$ Prodaće 30 gajbi grožđa dnevno

Zadatak 5.U restoranu broda „ Lokvanj " dnevna potražnja priganica sa medom može se opisati formulom $f(x) = -0.8x+150$, gdje je x cijena porcije priganica , a $f(x)$ broj prodatih porcija.

a) Koliko porcija priganica će prodati ako je cijena jedne porcije 15 €?
b) Koliko porcija priganica će prodati ako je cijena jedne porcije 20 €?
c) Kolika bi trebala biti cijena da dnevno prodaju 140 porcija priganica ?

Rješenje :

a) $f(15) = -0.8 \cdot 15+150 = 138$ Prodat će 138 porcija.

b) $f(20) = 134$. Prodat će 134 porcija.

c) $140 = -0.8x+150$, $x=12,5$. Cijena bi trebala biti 12,5 €.

(IV) Funkcija ponude opisuje količinu robe koja se nudi po određenoj cijeni. To je rastuća funkcija oblika $f(x) = ax+b$.

Zadatak 6 . U restoranu „ Lokvanj " iz prethodnog zadatka funkcija dnevne ponude priganica sa medom glasi

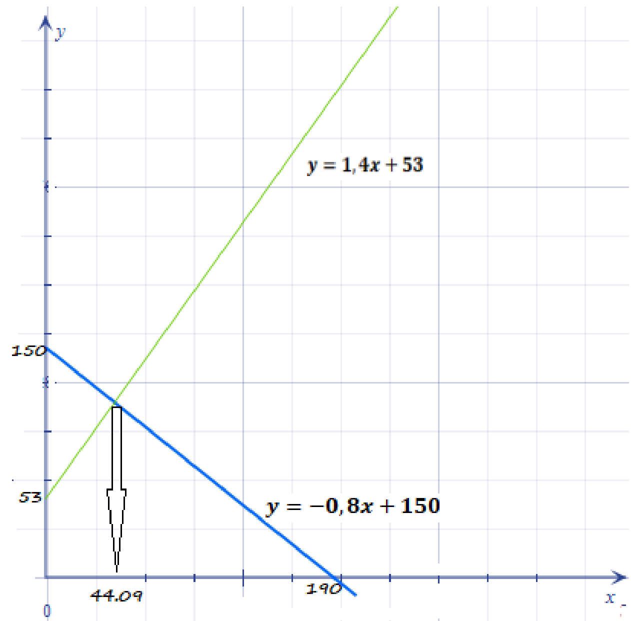
$f(x) = 1.4x +53$.

a) Kolika je dnevna ponuda priganica ako je cijena jedne porcije 20 €?
b) Uz koju cijenu je ponuda jednaka potražnji?
c) Prikaži grafički funkcije ponude i tražnje za restoran „ Lokvanj ". Šta zaključuješ?

Rješenje

a) $f(20) = 1.4 \cdot 20+53 = 81$ Uz cijenu od 20 € po porciji dnevna ponuda je 81 porcija.

b) - 0.8x+150 = 1.4x+53, x= 44.09 Uz cijenu 44.09 € je ponuda jednaka potražnji.



Na grafku uočavamo :

- ponuda jednaka potražnji za cijenu 44.09€.
- uz cijenu od oko 190 € po porciji bi nestalo potražnje (vrijednost funkcije potražnje negativna)
- kad bi se priganice dijelile besplatno potražnja bi bila 150 porcija (što je interpretacija koeficijenta b).

Bonus zadatak :

Dnevne troškove proizvodnje ovčijeg sira u sirari „ Biser " opisuje formula $T(x) = 5x+3000$.

a) Koliki je trošak ako dnevno proizvedu 200 sireva ?

b) Koliko se sira može proizvesti uz trošak 4 500 € ?

c) Koliki je prihod od prodaje 200 sireva dnevno ako je prodajna cijena jednog sira 10€?

d) Izračunaj dobit pa procijeni isplati li se proizvodnja 200 sireva .

e) Koliko najmanje komada sira dnevno treba proizvesti i prodati da bi se proizvodnja isplatila?

f) Kolika je dobit ako se proda 2000 sireva ?

g) Prikaži grafički funkciju dobiti. Što zaključuješ? Što je nula funkcije ?

Rješenje :

a) $T(200) = 5 \cdot 200+3000 = 4000$ .Troškovi su 4000 €.

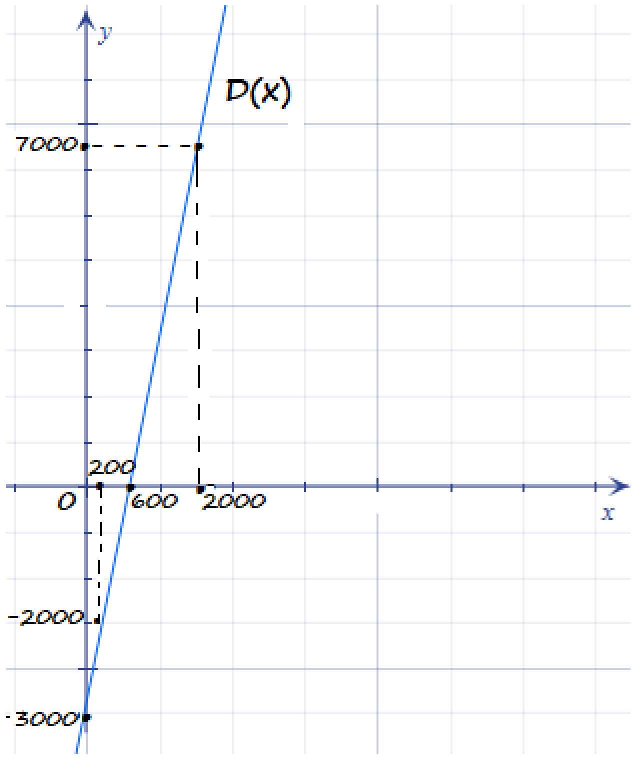
b) $4500 = 5x+3000$, $x= 300$ Može se proizvesti 300 sireva.

c) $P(x) = 10x$, $P(200) = 2000$ Prihod je 2000 €.

d) $D(200) = P(200) - T(200) = 2000- 4000 = -2000$ Ne isplati se, jer su u gubitku.

e) $D(x) = P(x) - T(x) = 10x - (5x+3000) = 5x - 3000$ $D(x) > 0$, $x>600$ Treba proizvesti i prodati više od 600 sireva.

f) $D(2000) = 5 \cdot 2000 - 3000 = 7000$ Dobit je 7000 €.



Iz grafika se može zaključiti :

- proizvodnja isplati ako se proizvede više od 600 sireva .
- ako se proizvede manje od 600 sireva , fabrika je u gubitku.
- X=600 je nula funkcije , tj. tada je dobit 0 €.